

Přijímací zkouška z matematiky (čtyřleté studium) – 1. termín 26.4.2011

1. Sestrojte lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), je-li dáno:

$$a = 8,8 \text{ cm}, v = 3,5 \text{ cm}, \gamma = 65^\circ, \delta = 95^\circ$$

Proveďte rozbor, zápis konstrukce, konstrukci a určete počet řešení

2. Vyřešte soustavu, запиšte uspořádanou dvojici, proveďte zkoušku

$$3x + 5y = 76$$

$$2x + 7y = 80$$

3. Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

$$2 \cdot [5 \cdot (z - 3) - (2 - z)] = 3 \cdot (z + 2) + 5$$

4. Vypočítej hmotnost plastové trubky s vnitřním průměrem $d = 45 \text{ mm}$ a délkou

$$h = 3 \text{ m}, \text{ jestliže je tloušťka stěny trubky } s = 7,5 \text{ mm a hustota plastu je } 1350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

5. Chovatel měl ve třetím roce chovu 45 králíků. Chov rozšiřoval tak, že na začátku 2. a 3. roku přidal vždy dvojnásobek počtu králíků než měl předešlý rok. Kolik králíků měl na začátku?

6. Upravte, udejte podmínky a proveďte zkoušku dosazením za $z = 2$

$$\left(\frac{1}{1-z} - 1 \right) \div \left(\frac{2z^2}{1-z} - z \right) =$$

1. Sestrojte lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), je-li dáno:

$$a = 8,8 \text{ cm}, v = 3,5 \text{ cm}, \gamma = 65^\circ, \delta = 95^\circ$$

Proveďte rozbor, zápis konstrukce, konstrukci a určete počet řešení

Řešení: postup konstrukce

1. $AB; |AB| = 8,8 \text{ cm}$
2. $p; p \parallel AB; |pA| = 3,5 \text{ cm}$
3. $D', C'; D', C'$ jsou libovolné body na p
4. $\angle D'C'X; |\angle D'C'X| = 65^\circ$
5. $\angle C'D'Y; |\angle C'D'Y| = 95^\circ$
6. $m; m \parallel C'X; B \in m$
7. $n; n \parallel D'Y; A \in n$
8. $C; C \in m \cap p$
9. $D; D \in n \cap p$
10. lichoběžník ABCD

Úloha má jedno řešení.

Bodování: rozbor 2 bod
postup konstrukce 1 body
konstrukce 2 body
diskuse 1 bod
celkem maximálně 6 bodů

2. Vyřešte soustavu, zapište uspořádanou dvojici, proveďte zkoušku

$$3x + 5y = 76$$

$$2x + 7y = 80$$

Řešení:

$$\begin{array}{r} 6x + 10y = 152 \\ -6x - 21y = -240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21x + 35y = 532 \\ -10x - 35y = -400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -11y = -88 \\ y = 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11x = 132 \\ x = 12 \end{array}$$

[12; 8]

Bodování: řešení soustavy rovnic 2 body
uspořádaná dvojice 1 bod
zkouška 1 bod
celkem maximálně 4 body

3. Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

$$2 \cdot [5 \cdot (z - 3) - (2 - z)] = 3 \cdot (z + 2) + 5$$

Řešení:

$$2 \cdot (5z - 15 - 2 + z) = 3z + 6 + 5$$

$$2 \cdot (6z - 17) = 3z + 11$$

$$12z - 34 = 3z + 11$$

$$9z = 45$$

$$z = 5$$

$$\text{Zk. } L = 2 \cdot [5 \cdot (5 - 3) - (2 - 5)] =$$

$$= 2 \cdot (10 + 3) = 26$$

$$P = 3 \cdot (5 + 2) + 5 = 21 + 5 = 26$$

$$L = P$$

Bodování: odstranění závorek 2 body (správně 1 strana bez závorek ... 1 bod)
řešení rovnice 1 bod
zkouška 2 body (správně vypočtená 1 strana ... 1 bod)
celkem maximálně 5 bodů

4. Vypočítej hmotnost plastové trubky s vnitřním průměrem $d = 45 \text{ mm}$ a délkou

$$h = 3 \text{ m, jestliže je tloušťka stěny trubky } s = 7,5 \text{ mm a hustota plastu je } 1350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Řešení:

$$d_1 = 45 \text{ mm} = 0,045 \text{ m}$$

$$d_2 = 60 \text{ mm} = 0,060 \text{ m}$$

$$h_1 = h_2 = 3 \text{ m}$$

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = 0,0048 \text{ m}^3 \quad V_2 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = 0,0085 \text{ m}^3 \quad V = V_2 - V_1 = 0,0037 \text{ m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 1350 \cdot 0,0037 = 5 \text{ kg}$$

Bodování: výpočet d_2 (r_2) 1 bod
 V_1 1 bod
 V_2 1 bod
 V 1 bod
hmotnost m 1 bod
celkem maximálně 5 bodů

5. Chovatel měl ve třetím roce chovu 45 králíků. Chov rozšiřoval tak, že na začátku 2. a 3. roku přidal vždy dvojnásobek počtu králíků než měl předešlý rok. Kolik králíků měl na začátku?

Řešení:	zkouška
1. rok x 5
2. rok $x + 2x$ 15
3. rok $x + 2x + 2 \cdot (x + 2x)$ 45

$$x + 2x + 2 \cdot (x + 2x) = 45$$

$$x + 2x + 2x + 4x = 45$$

$$9x = 45$$

$$x = 5$$

Odpověď: Chovatel měl na začátku 5 králíků.

Bodování: sestavení rovnice 2 body
řešení rovnice 1 bod (řešení úvahou: maximálně 5 bodů)
zkouška 1 bod
odpověď 1 bod
celkem maximálně 5 bodů

6. Upravte, udejte podmínky a proveďte zkoušku dosazením za $z = 2$

$$\left(\frac{1}{1-z} - 1 \right) \div \left(\frac{2z^2}{1-z} - z \right) =$$

Řešení:

$$\left(\frac{1}{1-z} - 1 \right) \div \left(\frac{2z^2}{1-z} - z \right) = \left(\frac{1-1+z}{1-z} \right) \div \left(\frac{2z^2 - z + z^2}{1-z} \right) =$$

$$= \left(\frac{z}{1-z} \right) \cdot \left(\frac{1-z}{3z^2 - z} \right) = \left(\frac{z}{z \cdot (3z-1)} \right) = \frac{1}{3z-1}$$

Podmínky: $z \neq 1, z \neq 0, z \neq \frac{1}{3}$

Dosazení: $\left(\frac{1}{1-2} - 1 \right) \div \left(\frac{2 \cdot 2^2}{1-2} - 2 \right) = \frac{1}{5}$

$$\frac{1}{3 \cdot 2 - 1} = \frac{1}{5}$$

Bodování: úprava výrazu 2 body
výsledek 1 bod
podmínky 1 bod
zkouška dosazením 1 bod
celkem maximálně 5 bodů